Ein Klassenwettbewerb für die Jahrgangsstufen 10 und 11

Mathematik ohne Grenzen

Wettbewerb vom 24. Februar 2005

- ***Für jede Aufgabe, auch für nicht gelöste, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.***
- ***Mit Ausnahme der Aufgaben 2,4, 6 und 7 muss die Lösung stets begründet werden.***
- ***Auch Teillösungen werden berücksichtigt.***
- ***Die Sorgfalt der Darstellung wird mitbewertet.***

Aufgabe 1
7 Punkte

Platzwechsel!

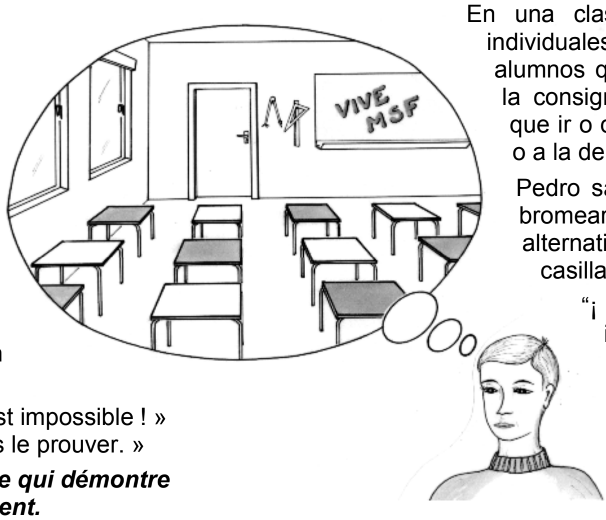
Die Lösung muss in einer der vier Fremdsprachen verfasst werden und mindestens 30 Wörter umfassen.

Dans une classe, il y a 5 rangées de 5 tables individuelles. Le professeur demande à ses 25 élèves de changer de place en respectant la consigne suivante : chacun prendra soit la place devant ou derrière celle qu'il occupait, soit celle à sa droite ou à sa gauche.

Pierre sait que son professeur aime plaisanter. Il imagine que les tables sont alternativement de 2 couleurs, comme les cases d'un damier....

« Ce que vous nous demandez est impossible ! » s'écrie-t-il alors , « et je peux vous le prouver. »

Ecrire le raisonnement de Pierre qui démontre l'impossibilité d'un tel mouvement.



En una clase, hay 5 filas de 5 mesas individuales. El profesor pide a sus 25 alumnos que cambien de sitio respetando la consigna siguiente : cada uno tendrá que ir o delante, o detrás,o a la izquierda o a la derecha de donde estaba sentado.

Pedro sabe que a su profesor le gusta bromear. Imagina que las mesas son alternativamente de 2 colores como las casillas de un tablero...

"¡ Lo que Usted nos pide es imposible!" dice Pedro "se lo voy a demostrar".

Escribe el razonamiento de Pedro quien demuestra la imposibilidad de tal movimiento.

In a classroom there are 5 rows of 5 individual tables. The teacher asks his 25 pupils to change seats obeying the following order: each pupil will either take the seat in front or behind the seat he occupies or take the one on his right or left.

Peter knows that his teacher often plays jokes. He imagines that the tables have two colours alternately, just like the squares of a checkerboard.

"What you ask us to do is impossible, he then exclaimed, and I can prove it!"

Write Peter's thought process, which proves that such a movement is impossible.

In una classe ci sono 5 file ciascuna con 5 tavoli. Il professore chiede ai suoi 25 studenti di spostarsi seguendo l'indicazione: "ognuno si sieda davanti o dietro o a destra o a sinistra del posto che sta occupando".

Piero sa che il prof scherza volentieri. Immagina che i tavoli siano alternativamente di due colori, come nella scacchiera.

"Ciò che ci chiede è impossibile" replica "ed io posso provarlo".

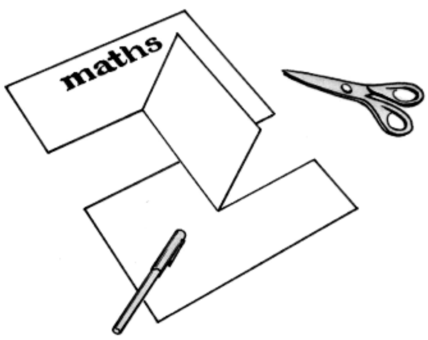
Riprodurre il ragionamento per mezzo del quale Piero riesce a dimostrare l'impossibilità di un tale movimento.

Aufgabe 2
5 Punkte

Monumento

Michel findet auf Mariannes Schreibtisch ein Blatt Papier. Es ist eingeschnitten und auf verblüffendende Art gefaltet, ohne an irgend einer Stelle geklebt zu sein.

Schneide das Antwortblatt ein und falte es so, dass es wie auf der Abbildung aussieht.
Achtung: Das Blatt muss aus einem Stück bestehen!



Aufgabe 3
7 Punkte

Schirmchen

Für seine Geburtstagsfeier bastelt Igor Papierschirmchen zur Dekoration.

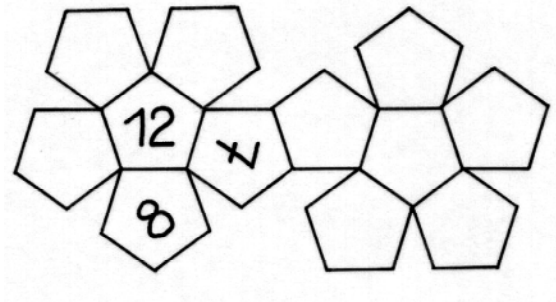
Die Schirmchen haben die Form einer regelmäßigen sechsseitigen Pyramide mit der Grundkantenlänge 5 cm. Die Seitenkanten der Pyramide sind 6 cm lang.

Stelle die Mantelfläche eines solchen Schirmchens her. Sie soll aus einem einzigen Stück Papier bestehen. Klebe sie auf das Antwortblatt.

Berechne die Pyramidenhöhe auf 1 mm genau.

Aufgabe 4
5 Punkte

Zwölferwürfel



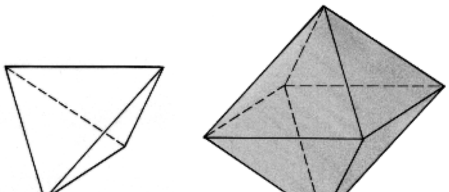
Daniel spielt gern und besitzt jede Menge Würfel. Einer davon hat die Form eines Dodekaeders. Dieser hat als Seitenflächen 12 regelmäßige Fünfecke, die paarweise parallel sind und mit den Zahlen von 1 bis 12 versehen sind. Wie bei einem sechsseitigen Würfel hat die Summe der Zahlen auf zwei zueinander parallelen Seiten stets den gleichen Wert.

Zeichne das Netz eines solchen Dodekaeders auf und beschrifte seine Flächen mit den passenden Zahlen.

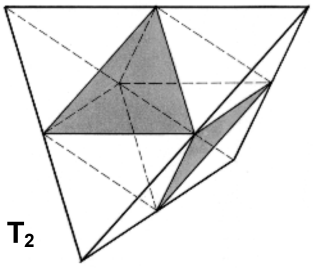
Aufgabe 5
7 Punkte

Tetra-Oktaeder

Die nebenstehende Abbildung zeigt ein regelmäßiges Tetraeder T_1 und ein regelmäßiges Oktaeder O_1, beide mit der Kantenlänge 1.

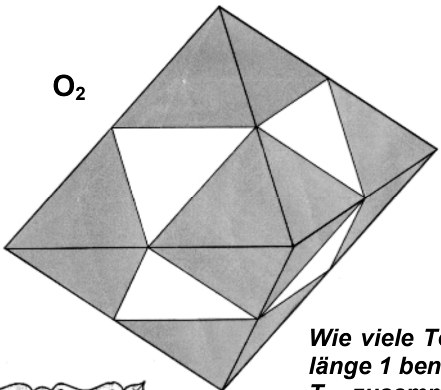


T_1 O_1



T_2

O_2



Das Tetraeder T_2 mit der Kantenlänge 2 ist aus mehreren Tetraedern T_1 und einem Oktaeder O_1 zusammengesetzt.

Das Oktaeder O_2 besteht aus Oktaedern O_1 und Tetraedern T_1. Die sichtbaren Seitenflächen der Oktaeder O_1 sind im Bild grau gefärbt.

Wie viele Tetraeder und Oktaeder der Kantenlänge 1 benötigt man, um daraus ein Tetraeder T_4 zusammenzusetzen? Wie viele benötigt man für ein Oktaeder O_4 der Kantenlänge 4? Begründe die Antworten.

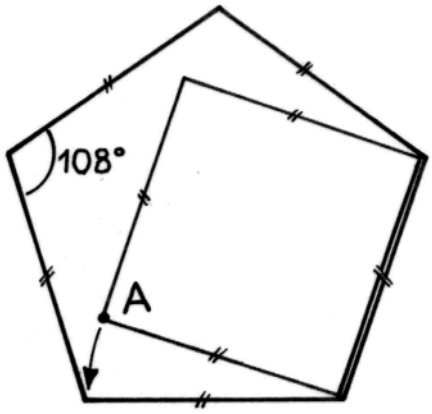
Aufgabe 6
5 Punkte

Selbstbezüglich

Setze in die Leerstellen des eingerahmten Textes die passenden Zahlen ein, damit insgesamt eine wahre Aussage entsteht.

Aufgabe 7
7 Punkte

Quadratwanderung



Im Inneren eines regelmäßigen Fünfecks mit der Seitenlänge 8 cm liegt ein ein Quadrat dessen Seitenlänge ebenfalls 8 cm beträgt. Es bewegt sich innerhalb des Fünfecks durch Drehung so, dass immer mindestens eine seiner Ecken mit einer Ecke des Fünfecks zusammenfällt.

Zeichne das Fünfeck und trage mit Farbstift die Kurve ein, auf welcher sich der Eckpunkt A des Quadrats bei dieser Wanderung bewegt.

Aufgabe 8
5 Punkte

Ei, ei, ei !

Maria hat einen Korb mit Eiern :

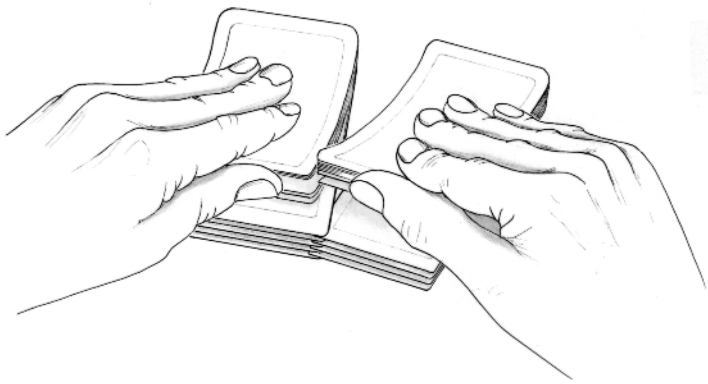
- wenn man immer je 2 Eier herausnimmt, bleibt eins übrig,
- wenn man immer je 3 Eier herausnimmt, bleiben 2 übrig,
- wenn man immer je 4 Eier herausnimmt, bleiben 3 übrig.,
- wenn man immer je 5 Eier herausnimmt, bleiben 4 übrig,
- wenn man immer je 6 Eier herausnimmt, bleiben 5 übrig,
- wenn man immer je 7 Eier herausnimmt, bleibt keins übrig.

Wie viele Eier sind mindestens im Korb? Zeige, dass deine Lösung richtig ist.

Aufgabe 9
7 Punkte

Saloonpoker

Little Joe und Old Firehand sitzen in einem Saloon, um mit dem berüchtigten Black Jacky ein Spielchen zu machen. Sie verwenden ein Spiel mit 32 Karten. Die Karten des Stapels sind von unten nach oben von 1 bis 32 durchnummeriert.



Noch bevor Black Jacky seinen Freunden die Regeln des Spiels erklärt, hebt er von oben einen Stapel von 16 Karten ab und legt diesen verdeckt rechts neben den unteren Stapel.

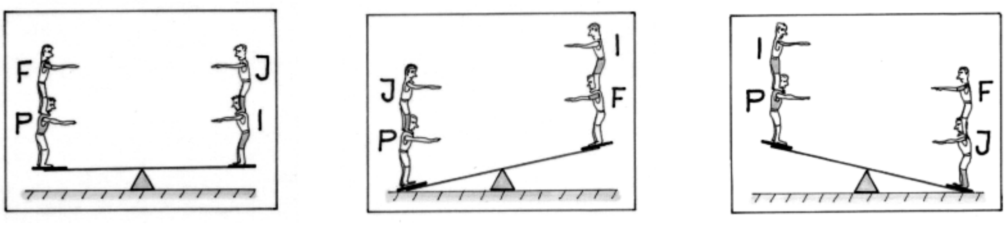
Er mischt die beiden Kartenstapel, indem abwechselnd auf eine Karte des linken Stapels die entsprechende Karte aus dem rechten Stapel folgt. Die unterste Karte auf dem Tisch ist aus dem linken Kartenstapel.

Auf diese Weise mischt er die Karten mehrmals hintereinander, aber Little Joe traut der Sache nicht so recht.

Zeige, dass man nach mehrmaligem Mischen ein erstaunliches Ergebnis erhält.

Aufgabe 10
10 Punkte

Allez hopp!



In den drei Zeichnungen sieht man die Artisten Paul, Jean, Igor und Franck auf einer Wippe.

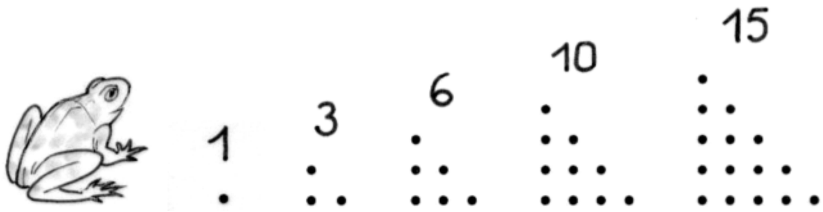
Wer ist der Schwerste? Wer ist der Leichteste? Ist es möglich die vier Artisten nach ihrem Gewicht zu ordnen? Begründe deine Antworten.

nur für Klassenstufe 11

Aufgabe 11
5 Punkte

Zwei Dreiecke für ein Quadrat

Die Abbildung rechts zeigt die ersten fünf Dreieckszahlen.



Überprüfe anhand von drei Beispielen, dass die Summe zweier aufeinanderfolgender Dreieckszahlen eine Quadratzahl ergibt.

Welches ist die 2005. Dreieckszahl ? Erkläre.

Aufgabe 12
7 Punkte

Tempo !

Paulette und Yves begegnen sich während einer Fahrradtour.

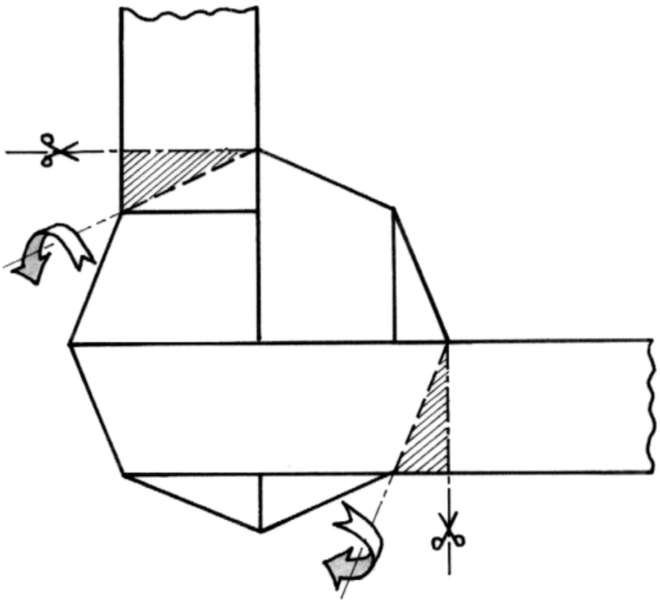
Als sie sich treffen, zeigt der Tachometer von Paulette, dass sie bis dahin mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 24 km/h gefahren ist. Der Tachometer von Yves zeigt für dessen bisherigen Weg eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 30 km/h an. Eine Stunde radeln sie gemeinsam und legen dabei 27 km zurück.

Als sie sich wieder trennen, zeigt der Tacho bei Paulette eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 25 km/h und der von Yves eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 29 km/h an.

Welche Entfernung hat Paulette und welche hat Yves insgesamt zurückgelegt ?

Aufgabe 13
10 Punkte

Verwickelt



Yvonne umwickelt ein regelmäßiges Achteck, dessen Umkreisradius 4 cm beträgt, mit einem Band. Sie folgt dabei dem auf der Zeichnung abgebildeten Muster, bis Vorder- und Rückseite des Achtecks vollständig vom Band bedeckt sind.

Rechne aus, wie breit und wie lang dieses Band mindesten sein muss, damit es beide Seiten des Achtecks vollständig bedeckt.

Schneide ein solches Achteck aus, umwickle es in der angegebenen Weise und klebe das Ganze auf das Antwortblatt.