

# Mathematik Ohne Grenzen

## Hauptwettbewerb 11. März 2014



- Für jede Aufgabe, auch für nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden begutachtet.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mit bewertet.

**Mathématiques**  
**SANS**  
**Frontières**

### Aufgabe 1 7 Punkte

### Question de questions

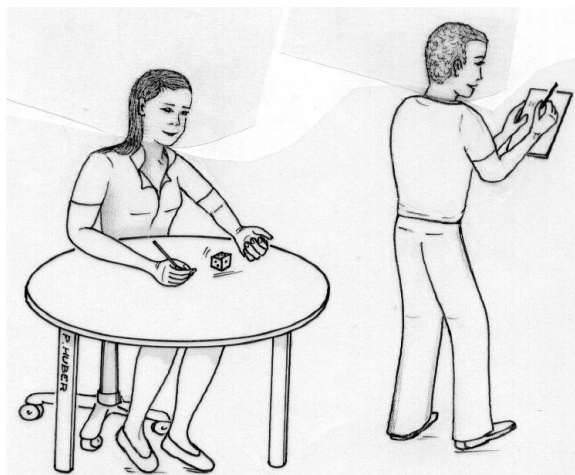
Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Claude a lancé un dé à six faces et met son ami Herbert au défi de deviner le résultat du lancer.

Herbert doit écrire une liste de questions sur une feuille de papier qu'il donnera à Claude. Claude ne répondra à chacune de ces questions que par oui ou par non.

Herbert veut déterminer à coup sûr le résultat du lancer en posant le plus petit nombre possible de questions.

**Quel est le nombre minimal de questions qu'Herbert devra poser ? Proposer une liste de questions qu'il pourrait écrire sur sa feuille. Justifier que cette liste permet de trouver à coup sûr le résultat du lancer.**



Claude has just thrown a six-sided dice and set his friend Herbert the challenge of guessing the outcome of the throw.

Herbert will write down a list of questions on a sheet of paper and he will give that to Claude. Claude will answer each of these questions with yes or no.

Herbert is to work out the result of the throw by asking the smallest possible number of questions.

**What is the minimum number of questions that Herbert must ask?**

**Provide a list of questions he could write on his sheet. Justify your claim that this list will allow him to determine with absolute certainty the outcome of the throw.**

Claude ha lanzado un dado de seis caras y desafía a su amigo Herbert para que adivine el resultado de su lanzamiento.

Herbert tiene que escribir una lista de preguntas en una hoja de papel que dará a Claude. Claude solo contestará a cada una de las preguntas con un sí o con un no.

Herbert quiere estar seguro de determinar el resultado del lanzamiento haciendo el menor número posible de preguntas.

**¿Cuál es el número mínimo de preguntas que tiene que hacer Herbert?**

**Plantea la lista de preguntas que podría escribir en su hoja. Justifica que esta lista permite encontrar seguro el resultado de su lanzamiento.**

Claude ha lanciato un dado a sei facce e sfida l'amico Herbert a indovinare il risultato del lancio.

Herbert deve scrivere una lista di domande su un foglio che passerà a Claude.

Claude risponderà a ciascuna domanda solo con un sì o con un no.

Herbert vuole individuare il risultato del lancio a colpo sicuro formulando il minor numero possibile di domande.

**Qual è il numero minimo di domande che Herbert dovrebbe formulare?**

**Proponete una lista di domande che egli potrebbe scrivere sul foglio. Giustificate perché questa lista gli permetterebbe d'individuare a colpo sicuro il risultato.**

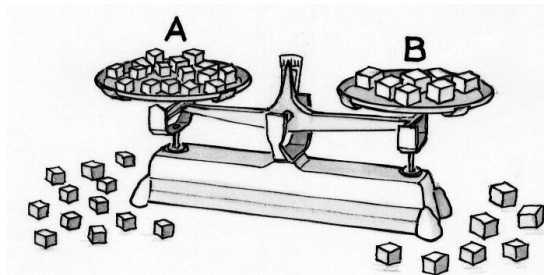
### Aufgabe 2 5 Punkte

### Ausgewogen

Nikolas spielt mit einer Waage und kleinen, massiven Würfeln, die alle aus demselben Material bestehen.

Auf die Waagschale A legt er nur Würfel der Kantenlänge 8 mm und auf die Waagschale B nur Würfel der Kantenlänge 12 mm.

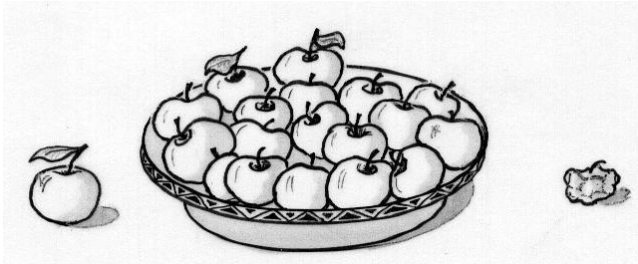
Er versucht, die Waage mit möglichst wenigen Würfeln ins Gleichgewicht zu bringen.



**Wie viele Würfel muss Nikolas dazu auf die Waagschale A legen, wie viele auf die Waagschale B?**

**Aufgabe 3**  
7 Punkte

*Trockenobst*



Anne hat schöne saftige Äpfel geerntet, die zu 80% aus Wasser bestehen. Sie beschließt, 5 kg davon zu trocknen. Dabei verdunstet ein Teil des Wassers und nach einer gewissen Zeit bestehen die Äpfel nur noch zu 60% aus Wasser.

Wie schwer sind die Äpfel nun? Begründet eure Antwort.

**Aufgabe 4**  
5 Punkte

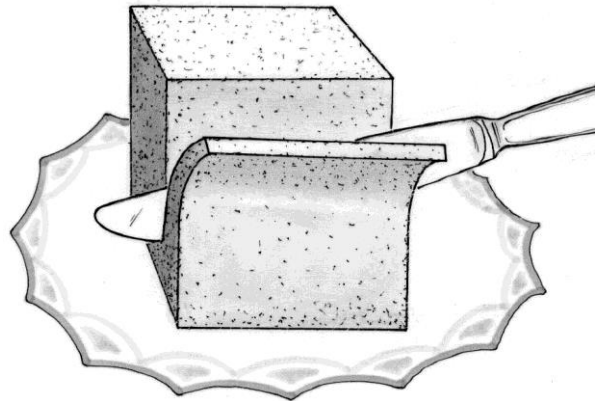
*Bon appétit*

Marion hat einen Kuchen in der Form eines Würfels, dessen Kanten 10 cm lang sind.

Am ersten Tag schneidet sie drei 1cm dicke Scheiben so ab, dass wieder ein Würfel übrig bleibt. Sie isst diese drei Scheiben auf.

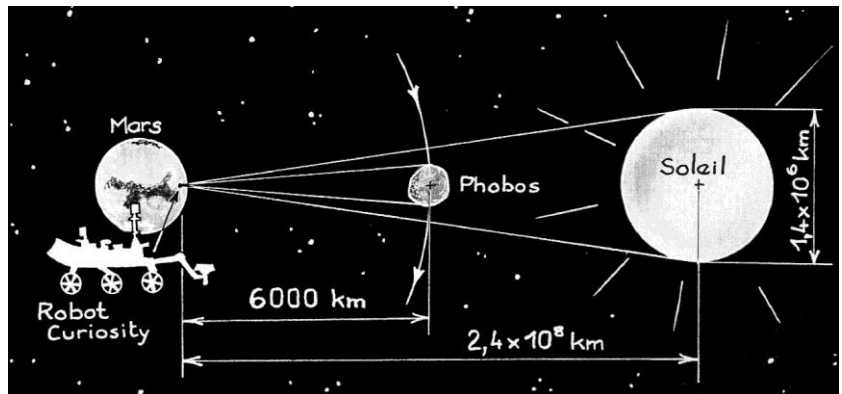
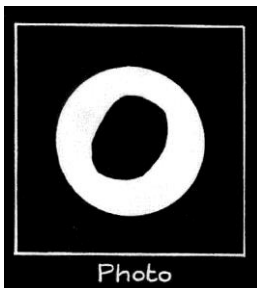
Am nächsten und an den folgenden Tagen verfährt sie genauso: sie schneidet drei 1cm dicke Scheiben ab und isst sie, wobei stets ein Würfel übrig bleibt.

Wie viel Kuchen hat Marion an jedem Tag gegessen? Gebt die Kuchenmenge in  $\text{cm}^3$  an und begründet eure Antwort.



**Aufgabe 5**  
7 Punkte

*Curiosity!*



Am 6. August 2012 setzte der NASA-Roboter Curiosity auf dem Planeten Mars auf.

Am 17. August 2013 fotografierte er ein außergewöhnliches Ereignis: er nahm auf, wie sich der Satellit Phobos vor die Sonne schob.

Phobos ist der größere der beiden Monde, die um den roten Planeten kreisen. Er ähnelt eher einer Kartoffel als einer Kugel, kreist in einer Höhe von 6000km und ist zu klein um die Sonne zu verdecken.

Bestimmt mithilfe des abgebildeten Fotos und aus den Angaben der obenstehenden schematischen Darstellung den ungefähren Durchmesser des Mondes Phobos.

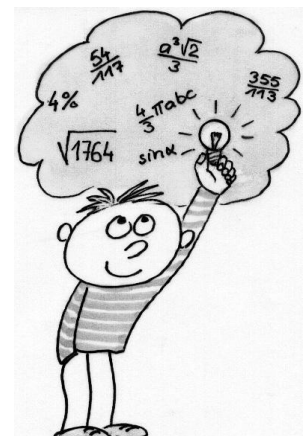
**Aufgabe 6**  
5 Punkte

*Es zählt der Erfolg*

Benjamin liebt mathematische Herausforderungen. Er nimmt an einem Wettbewerb teil, der aus einer Vielzahl von Aufgaben besteht. Die erste Aufgabe gibt bei richtiger Lösung einen Punkt, die zweite zwei Punkte, die dritte drei Punkte usw.

Bis auf eine einzige hat Benjamin alle Aufgaben richtig gelöst und gewinnt den Wettbewerb mit 2014 Punkten.

Welche Aufgabe hat er nicht bzw. falsch gelöst? Begründet eure Antwort.

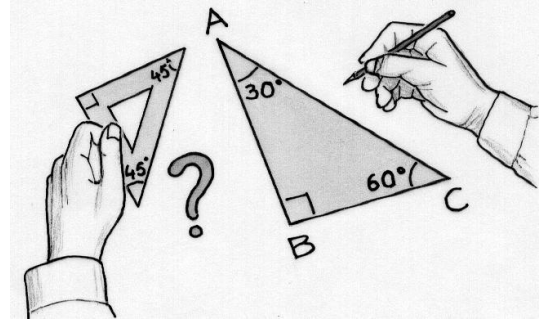


**Aufgabe 7**  
7 Punkte

## Allzweck-Dreieck

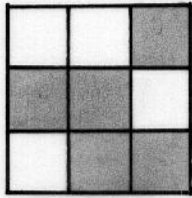
Sascha hat einen Bleistift und ein Zeichendreieck ohne jede Markierung zur Verfügung, das einen rechten Winkel und zwei Winkel von  $45^\circ$  besitzt.

Wie kann er mit diesen beiden Hilfsmitteln die Winkelhalbierenden eines Dreiecks mit den Winkeln  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  und  $90^\circ$  konstruieren? Begründet die Konstruktionen.



**Aufgabe 8**  
5 Punkte

## Graue Zellen

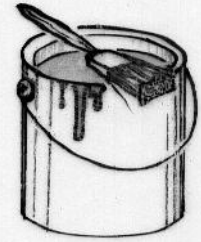


2	3	1
2	4	4
3	3	2

Das abgebildete Quadratgitter enthält mehrere graue Kästchen. In dem Quadrat daneben steht in jedem Kästchen, wie viele der benachbarten Kästchen grau sind. Zwei Kästchen gelten als benachbart, wenn sie eine Seite oder eine Ecke gemeinsam haben.

Nun ist das folgende neue Zahlenquadrat gegeben:

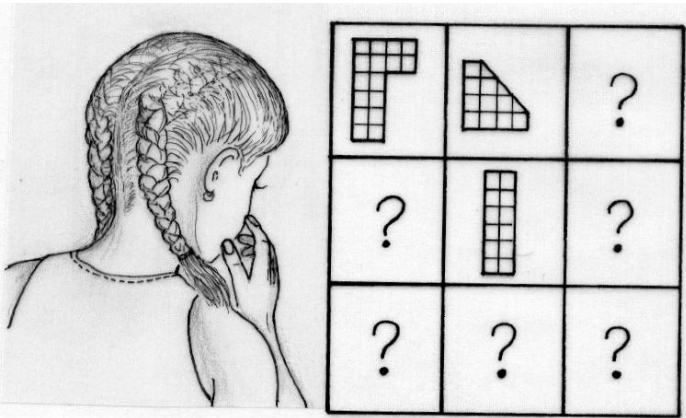
2	2	2	1
1	4	2	2
1	3	2	3
0	1	2	1



Zeichnet das zugehörige Quadrat mit den grauen Kästchen.

**Aufgabe 9**  
7 Punkte

## Magisches Geometrie-Quadrat



Julias Lieblingspuzzle bestand aus neun Teilen. Jedes Teil hatte seinen Platz in der Spieleschachtel. Aus den drei Teilen einer beliebigen Zeile, Spalte oder Diagonale ließ sich jeweils ein Quadrat zusammensetzen. Die einzelnen Teile durften dabei gedreht und gewendet werden.

Alle auf diese Weise gebildeten Quadrate hatten dieselbe Größe.

Leider sind von dem Spiel nur noch die drei abgebildeten Teile übrig geblieben. Julia will nun neue Teile herstellen um die fehlenden zu ersetzen.

Helft ihr, indem ihr die Form der sechs fehlenden Teile herausfindet und sie an ihren jeweiligen Platz in der Spieleschachtel platziert.

**Aufgabe 10**  
10 Punkte

## Rotationskörper

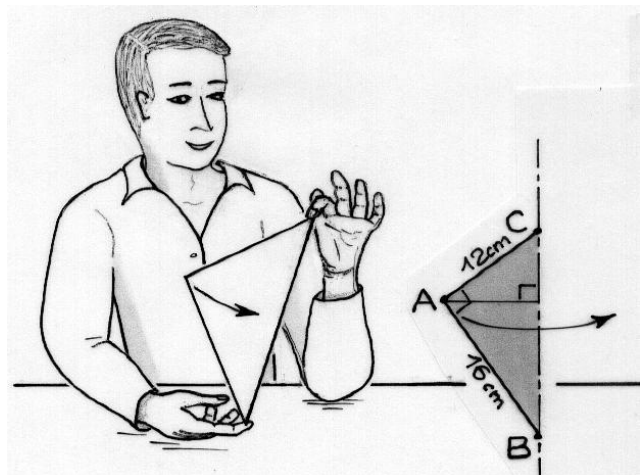
Luc spielt mit seinem Zeichendreieck.

Er hält das Dreieck an zwei Ecken zwischen seinen beiden Zeigefingern und lässt es kreisen.

Je nachdem, welche Ecken er wählt, entstehen durch die Rotation um die eingeschlossene Seite drei verschiedene Körper.

Da sich der Flächeninhalt seines Dreiecks nicht verändert, vermutet Luc, dass mindestens zwei der drei Körper das gleiche Volumen haben müssen.

Hat Luc Recht? Begründet eure Antwort. Stellt die drei Körper in einem Schrägbild dar.



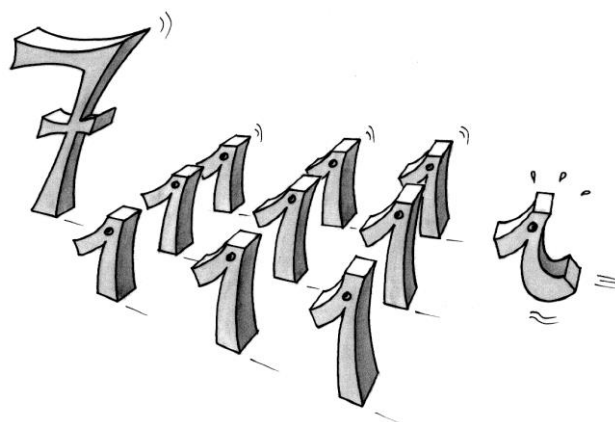
# Klassenstufe 10

## Aufgabe 11 5 Punkte

### Die Einserbande

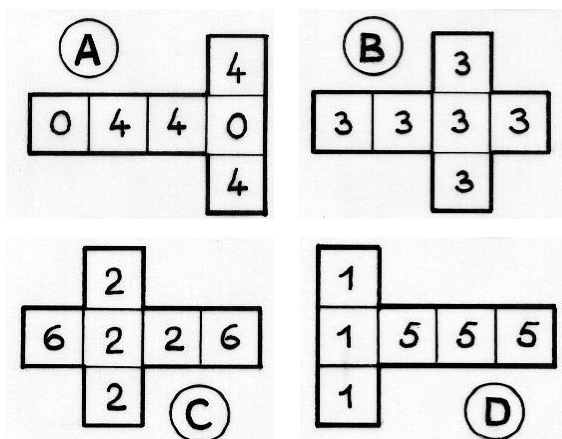
Charlotte hat das kleinste Vielfache von 7 gefunden, das nur aus Einsen besteht. Nun denkt sie an die natürliche Zahl  $N$ , die aus 2014 Einsen besteht. Sie fragt sich, welcher Rest übrigbleibt, wenn man  $N$  durch 7 teilt.

Welches Vielfache von 7 hat Charlotte gefunden?  
Wie lautet der Rest der Division von  $N$  durch 7?  
Begründet eure Antworten.



## Aufgabe 12 7 Punkte

### Ausgetrickst



Lena und Jan streiten sich um das letzte Stück von Omas leckerem Schokokuchen. Lena schlägt vor, darum zu würfeln.

Sie zeigt Jan vier Würfel, deren Netze in der Abbildung zu sehen sind: „Such dir einen dieser Würfel aus. Anschließend werde ich einen der übrigen wählen. Jeder darf einmal würfeln. Wer dann die höhere Augenzahl hat, darf das letzte Stück Kuchen essen.“

Jan ist einverstanden.

Lena denkt sich: „Egal welchen Würfel Jan nimmt, wenn ich mir danach den richtigen Würfel aussuche, gewinne ich mit höherer Wahrscheinlichkeit.“

Erkläre Lenas Strategie und berechne für jeden Fall die Wahrscheinlichkeit, mit der sie gewinnt.

## Aufgabe 13 10 Punkte

### Abgegrast

Herr Wolff hat auf dem Boden seines Gartens eine Schiene angebracht, die ein gleichseitiges Dreieck der Seitenlänge 10 m bildet. Seine Ziege ist an einer Kette angebunden, deren anderes Ende entlang dieser Schiene gleitet. Die Ziege kann auf diese Weise bis zu einer Entfernung von 2 m auf beiden Seiten der Schiene grasen.

Zeichne im Maßstab 1:100 die dreieckige Schiene und markiere die Zone, in der die Ziege grasen kann.

Berechne den Inhalt der Fläche, welche die Ziege auf diese Weise abgrasen kann.

