Mathematatik Ohne Grenzen

Hauptwettbewerb 10.Februar 2015

- Für jede Aufgabe, auch für nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden begutachtet.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mit bewertet.

Mathématiques SANS Frontières

Aufgabe 1
7 Punkte

Les polygones d'Antigone

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

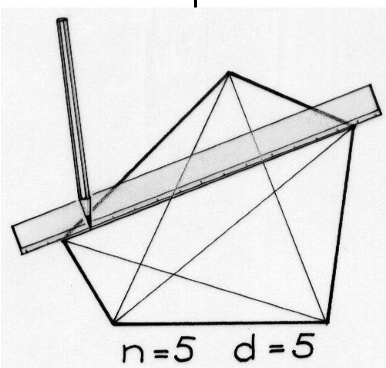
Après avoir fait les figures, Antigone remarque qu'un triangle n'a pas de diagonale, qu'un quadrilatère en a deux et qu'un pentagone en a cinq.

Elle cherche combien de diagonales ont les polygones de 6, 7 et 8 sommets.
Elle pense avoir trouvé une formule donnant le nombre de diagonales d'un polygone à n sommets: $\frac{n(n-3)}{2}$.

Combien de diagonales ont les polygones de 6, 7 et 8 sommets?
Démontrer la formule trouvée par Antigone.
Est-il possible qu'un polygone ait 100 diagonales? Expliquer.

Después de dibujar las figuras, Antígono se da cuenta que los triángulos no tienen diagonales, que los cuadriláteros tienen dos y que los pentágonos tienen cinco.
Busca cuántas diagonales tienen los polígonos de 6, 7 y 8 vértices. Antígono piensa que ha encontrado la fórmula que expresa el número de diagonales de un poligono de n vértices: $\frac{n(n-3)}{2}$.

¿Cuántas diagonales tienen los polígonos de 6, 7 y 8 lados?
Demuestra la fórmula que ha encontrado Antígono.
¿Puede tener un polígono 100 diagonales? Justifica la respuesta.



After she had drawn a few diagrams, Antigone noticed that a triangle has no diagonals, that a quadrilateral has two and that a pentagon has five.
She tries to work out how many diagonals the polygons with 6, 7 and 8 vertices would have. She thinks she has found the formula that gives the number of diagonals for a polygon with n vertices: $\frac{n(n-3)}{2}$.

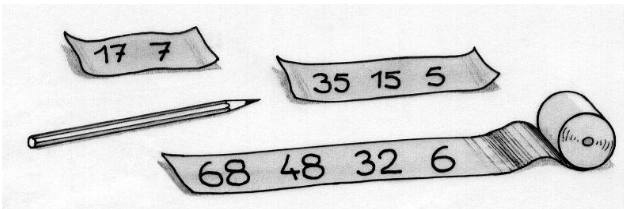
How many diagonals does a polygon with 6, 7 or 8 vertices have?
Show that Antigone's formula is correct.
Can a polygon have 100 diagonals? Explain your answer.

Dopo aver tracciato le figure, Antigone nota che un triangolo non ha alcuna diagonale, un quadrilatero ne ha due e un pentagono ne ha cinque.
Antigone ricerca quante diagonali possano avere i poligoni rispettivamente con 6, 7 e 8 vertici.
Pensa di avere individuato la formula che indica quante diagonali ha un poligono di n vertici: $\frac{n(n-3)}{2}$.

Quante diagonali hanno i poligoni di 6, 7 e 8 vertici?
Dimostrate la formula individuata da Antigone.
E' possibile che un poligono abbia 100 diagonali? Spiegate.

Aufgabe 2
5 Punkte

Je länger, je lieber

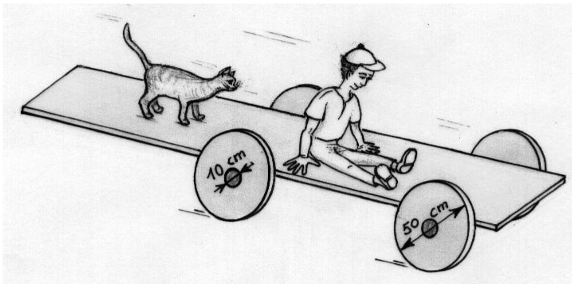


Anne beschäftigt sich mit Zahlenfolgen.
Als erste Zahl ihrer Zahlenfolge wählt sie eine beliebige natürliche Zahl. Um die nächste Zahl der Folge zu bestimmen, multipliziert sie die Ziffern der ersten Zahl. Sie fährt mit diesem Verfahren so lange fort, bis sie eine Zahl erhält, die nur noch aus einer Ziffer besteht.
Fängt sie zum Beispiel mit der Zahl 68 an, dann erhält sie folgende Zahlenfolge: 68 48 32 6.

Welche natürliche Zahl zwischen 1 und 99 erzeugt als Anfangszahl die längste Folge dieser Art?

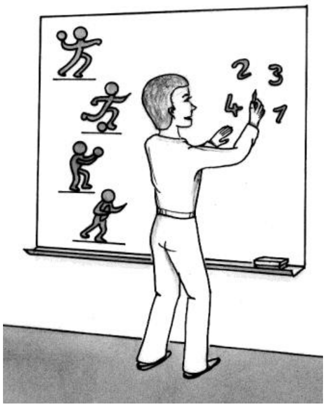
Aufgabe 3 7 Punkte

Auf Achse



Ein langes, festes Brett liegt lose auf zwei parallelen Achsen, an denen Räder befestigt sind. Sie rollen über den Boden, ohne zu rutschen. Dadurch bewegt sich das Brett vorwärts, ohne auf den Achsen zu rutschen.
Der Durchmesser der Achsen beträgt 10 cm, der Durchmesser der Räder 50 cm.

Wie weit hat sich das Brett nach einer Umdrehung der Räder vorwärts bewegt? Begründet eure Antwort.



Aufgabe 4 5 Punkte

Tetrathlon

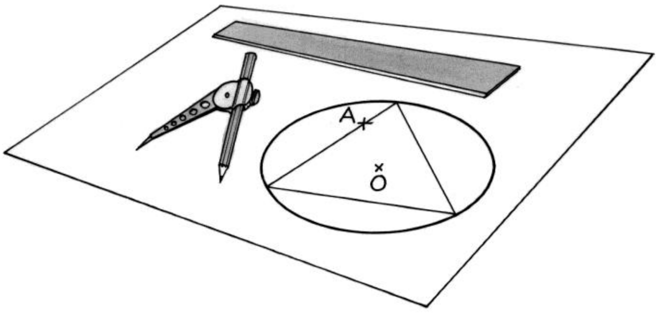
Konrads Schule organisiert ein Sportturnier.
Auf dem Programm stehen vier Disziplinen: Volleyball, Fußball, Handball und Basketball.
Die Regeln lauten:

- Jede Mannschaft muss insgesamt vier Spiele bestreiten, in jeder Disziplin eines.
- Eine Mannschaft darf nicht zweimal gegen dieselbe Mannschaft antreten.

Zeigt, dass das Turnier nach diesen Regeln mit acht Mannschaften durchgeführt werden kann.

Aufgabe 5 7 Punkte

Eingekreist



Zeichnet einen Kreis mit einem Radius von 6 cm sowie einen Punkt A, der vom Kreismittelpunkt O den Abstand 5 cm hat.

Konstruiert nun ein gleichseitiges Dreieck so, dass der von euch gezeichnete Kreis der Umkreis des Dreiecks ist und der Punkt A auf einer Dreiecksseite liegt. Beschreibt eure Konstruktion.

Wenn der Punkt A zu nah am Mittelpunkt liegt, ist diese Konstruktion nicht möglich.

Bestimmt und markiert farbig den Bereich, in dem A liegen muss, damit diese Konstruktion möglich ist.

Aufgabe 6 5 Punkte

Fünferbande

Achmed, Benedikt, Carlos, Daniel und Elisa nehmen an einem Mannschaftsrennen teil, bei dem alle Läufer einer Mannschaft gleichzeitig starten und dieselbe Strecke laufen. Am Ende werden die Zeiten aller Läufer einer Mannschaft addiert. Achmed, Benedikt, Carlos, Daniel und Elisa kommen in dieser Reihenfolge in 5-Minuten-Abständen an. Achmed läuft doppelt so schnell wie Elisa.

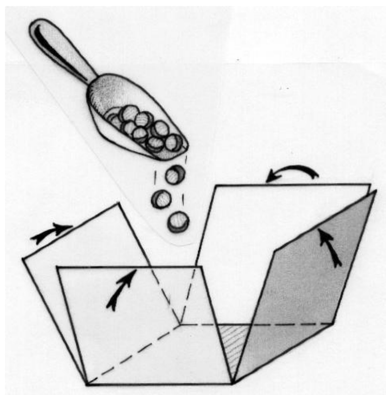
Berechnet die Gesamtzeit, die die fünf Läufer benötigt haben.

Aufgabe 7 7 Punkte

Smartbox

Auf einer Kreisscheibe aus Karton mit dem Radius 10 cm konstruiere ich das größtmögliche Netz aus fünf identischen Quadraten.
Mit Hilfe dieses Netzes lässt sich eine Schachtel ohne Deckel in Form eines Würfels herstellen.

Berechnet das Volumen dieser Schachtel.



Aufgabe 8
5 Punkte

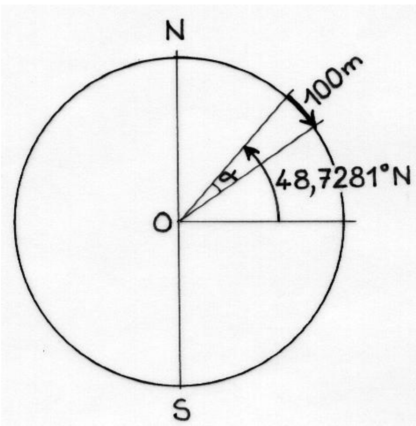
Auf und davon

An einem Berghang sind zwei Radrennfahrer dem Feld davongefahren. Sie fahren beide mit der gleichen konstanten Geschwindigkeit von 18 km/h und haben zueinander einen Abstand von 200 m.
Sobald sie die Bergkuppe überwunden haben, beginnt die Abfahrt. Sie benötigen dabei die gleiche Zeit und die gleiche Strecke, um schließlich eine konstante Geschwindigkeit von 70 km/h zu erreichen.

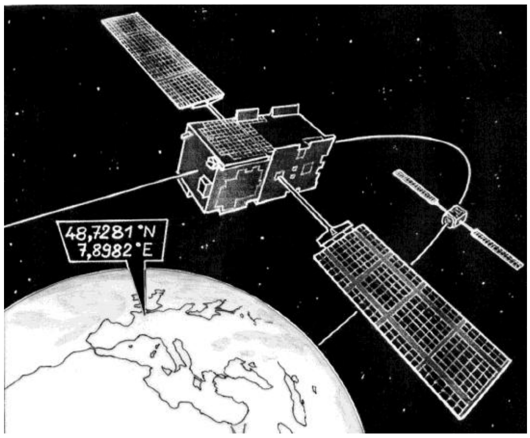
Wie groß ist dann der Abstand der beiden Fahrer? Begründet eure Antwort.

Aufgabe 9
7 Punkte

GPS



Um die Position eines Punktes auf der Erdoberfläche zu bestimmen, berechnet ein Navigationsgerät seine Koordinaten in Längen- und Breitengraden mit Hilfe der Position mehrerer Satelliten.
Ich befinde mich bei 48,7281° nördlicher Breite und 7,8982° östlicher Länge.
Nun bewege ich mich 100 m in Richtung Süden. Der Längengrad bleibt dabei unverändert.



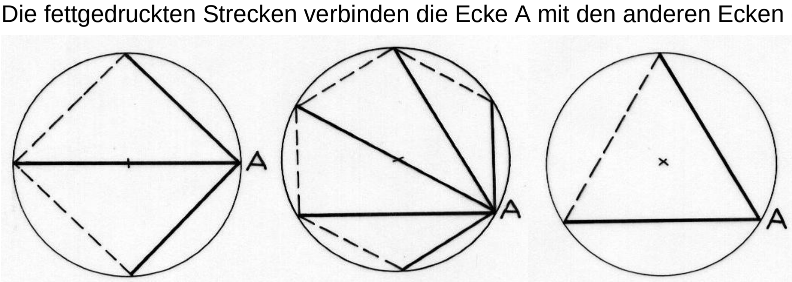
Wir nehmen an, dass die Erdoberfläche eine Kugel mit dem Radius 6 367 km ist.

Welchen Breitengrad gibt das Navigationsgerät an? Begründet eure Antwort.

Aufgabe 10
10 Punkte

Theorie der Sehnen

In den Abbildungen wurden regelmäßige Vielecke einem Kreis vom Radius 1 einbeschrieben.
Die fettgedruckten Strecken verbinden die Ecke A mit den anderen Ecken des Vielecks.

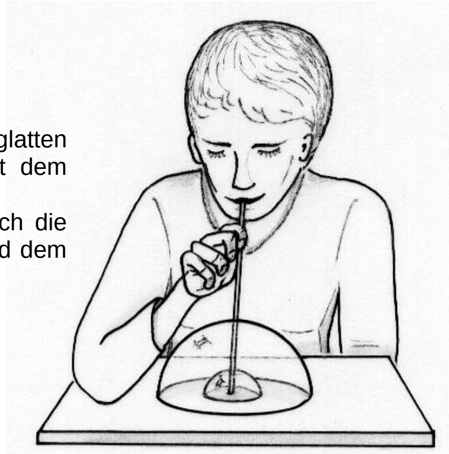


Berechnet für diese drei regelmäßigen Vielecke den exakten Wert des Produkts aus den Längen der von A ausgehenden Kreissehnen.
Welche Gesetzmäßigkeit lässt sich nach diesen Beispielen vermuten?
Wie groß wäre dann das Produkt der Streckenlängen bei einem regelmäßigen Chiliagon (Tausendeck)?

Klassenstufe 10

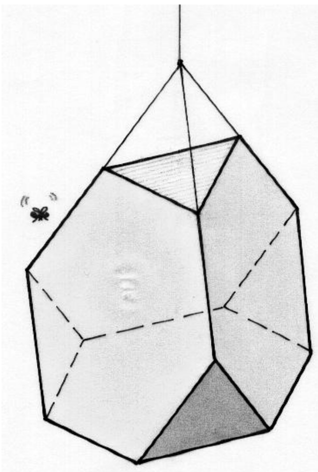
Aufgabe 11
5 Punkte

Seifenblasen



Esther bläst in einen Trinkhalm, der zuvor in Seifenlauge getaucht wurde. Auf einer glatten waagerechten Oberfläche entsteht eine Seifenblase in Form einer Halbkugel mit dem Durchmesser 12 cm.
Esther erzeugt eine zweite Halbkugel im Innern der ersten. Dadurch vergrößert sich die erste Halbkugel. Ihr neues Volumen ist die Summe aus ihrem Ausgangsvolumen und dem Volumen der inneren Halbkugel.

Wie groß muss der Durchmesser der inneren Seifenblase sein, damit der Durchmesser der äußeren Seifenblase 14 cm beträgt? Begründet eure Antwort.



Aufgabe 12
7 Punkte

Archimedische Fliege

In der Mathematik-AG haben Schüler aus Karton einen Körper gebastelt, der die Form eines abgestumpften Tetraeders hat. Die Oberfläche dieses Körpers besteht aus vier regelmäßigen Sechsecken und vier gleichseitigen Dreiecken.
Der Körper wird im Klassenzimmer aufgehängt.

Eine Fliege setzt sich zufällig auf eine der Seitenflächen des Körpers, aber nicht auf eine Kante.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Fliege auf einer Sechseckfläche niederlässt?

Aufgabe 13
10 Punkte

Switch switch

Eric stellt einem Autohersteller seinen Prototyp eines Scheibenwischers für ebene Windschutzscheiben vor.
Das Wischerblatt BC des Scheibenwischers ist an der Seite BB' des Parallelogramms ABB'A' befestigt. Die Strecke AA' ist fest.
$\overline{AB} = \overline{BC}$ = 70 cm.
Der Winkel A'AB des Parallelogramms variiert zwischen 0° und 180°.

Zeichnet und färbt die Fläche, die das Wischerblatt überstreicht, im Maßstab 1:10.
Berechnet den Inhalt dieser Fläche.
Wird der Autohersteller Erics Scheibenwischer produzieren?
Begründet eure Antwort.