Mathematik Ohne Grenzen

Probewettbewerb 2011/12

- **Für jede Aufgabe, auch für nicht gelöste, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.**
- **Bei den Aufgaben 1, 5, 9, 10, 11, 12 und 13 müssen die Lösungen begründet werden.**
- **Auch Teillösungen werden berücksichtigt.**
- **Die Sorgfalt der Darstellung wird mitbewertet.**

Mathématiques SANS Frontières

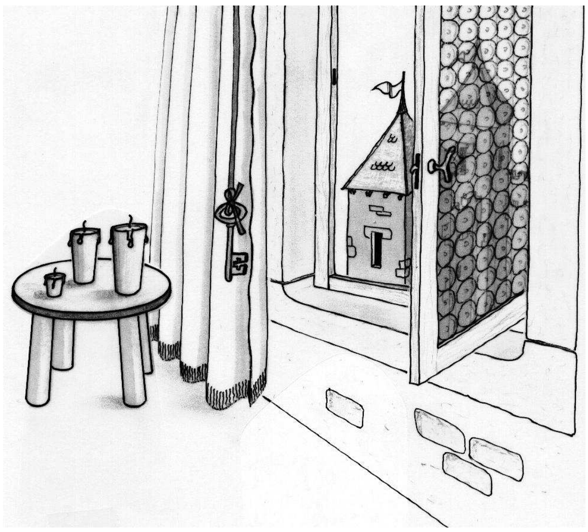
Aufgabe 1 – 7 Punkte — *Zeitzünder*

Die Lösung muss in einer der vier Fremdsprachen formuliert sein und mindestens 30 Wörter umfassen.

Le garde du château doit ouvrir les portes dans exactement 6 heures. Pour mesurer le temps, il dispose de 3 bougies : la grande fond en 4 heures, la moyenne en 3 heures et la petite en 1 heure.

Il n'est pas possible de repérer précisément quand une bougie s'est réduite de moitié, du tiers, du quart ...

Comment le garde doit-il s'y prendre ?



El guardián del castillo tiene que abrir las puertas dentro de 6 horas exactamente. Para medir el tiempo, dispone de 3 velas: la grande se derrite en 4 horas, la mediana en 3 horas y la pequeña en 1 hora.

Es imposible saber cuando una vela se ha derretido por la mitad, la tercera parte, la cuarta parte….

¿Como tiene que proceder el guardián?

The porter of a castle has to open the main gates in exactly 6 hours time. To measure the time passing he has 3 candles: the big one burns itself out in 4 hours, the middle-sized one in 3 hours and the small one in 1 hour.

It is not possible to know precisely when a candle would be half-used or one third used, or a quarter …..

How will he be able to do it?

La guardia del castello deve aprire le porte esattamente tra 6 ore. Per misurare il tempo ha a disposizione 3 candele: la grande si consuma in 4 ore, la media in 3 ore e la piccola in un'ora.

Non è possibile individuare esattamente quando una candela si è ridotta della metà, di un terzo, di un quarto….

Come deve organizzarsi la guardia?

Aufgabe 2 – 5 Punkte — *Spitzwinklig zerlegt*

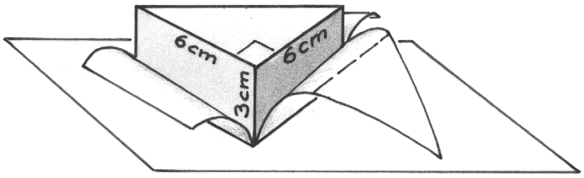
Ein Dreieck ist spitzwinklig, wenn es drei spitze Winkel besitzt.

Martin Gardner (1914-2010), ein Spezialist der Unterhaltungsmathematik, hat bewiesen, dass man ein stumpfwinkliges Dreieck in mehrere Dreiecke zerlegen kann, die alle spitzwinklig sind.

Zeichnet ein stumpfwinkliges Dreieck und seine Zerlegung in spitzwinklige Dreiecke.

Aufgabe 3
7 Punkte

Optimal



Man will ein gerades Prisma der Höhe 3 cm herstellen. Seine Grundfläche ist ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck, dessen Katheten 6 cm lang sind.

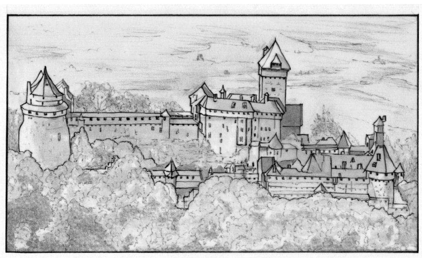
Unter allen Netzen eines solchen Prismas sucht man dasjenige, welches in ein Rechteck mit kleinstmöglichem Flächeninhalt hineinpasst.

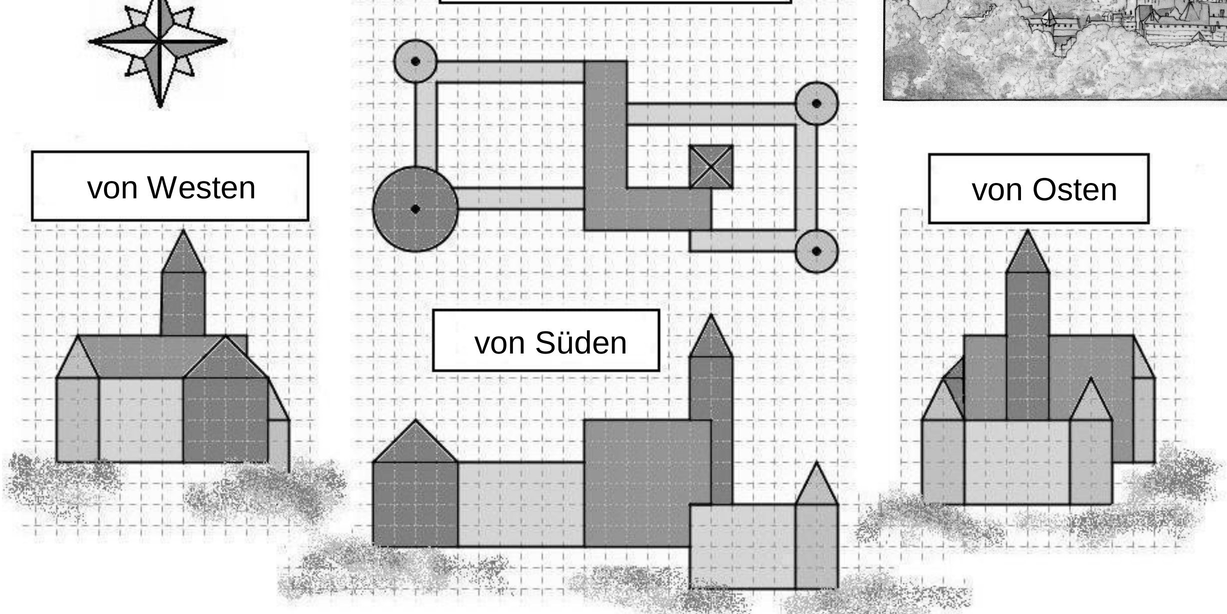
Stellt dieses Netz mit seinem Rechteck auf dem Antwortblatt dar.

Aufgabe 4
5 Punkte

Hochkönigsburg

Mit Hilfe von Fotos hat Janina vier Ansichten der Hochkönigsburg angefertigt:

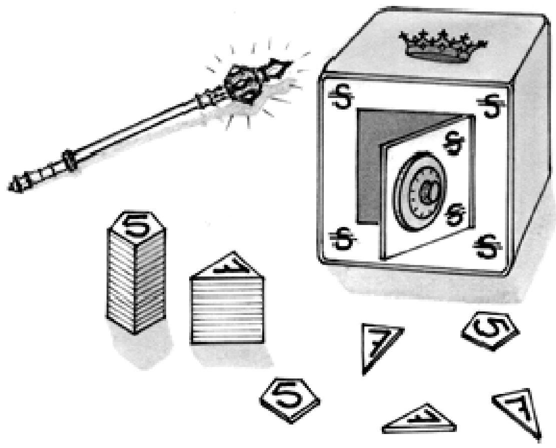




Zeichnet auf kariertem Papier die Ansicht der Hochkönigsburg von Norden.

Aufgabe 5
7 Punkte

Habenʼ Sie’s passend ?



In einem fernen Land gab es die Geldwährung Szepter (S̶).

Eines Tages beschloss der König, dass seine Staatsbank nur noch zwei Geldsorten prägen wird: 5 S̶-Münzen und 7 S̶-Münzen.

Beim Bezahlen kleiner Geldsummen gab es allerdings Schwierigkeiten.

So mussten für einen Kaugummi, der 1 S̶ kostete, 3 mal 5 S̶ vorausbezahlt werden um 2 mal 7 S̶ zurückzuerhalten. Aber das Volk gewöhnte sich daran.

Gebt eine Liste aller Beträge unter 30 S̶ an, die man bezahlen kann ohne Geld zurückzuerhalten.

Zeigt, dass alle ganzzahligen Beträge über 30 S̶ bezahlt werden können ohne dass man Geld zurück erhält.

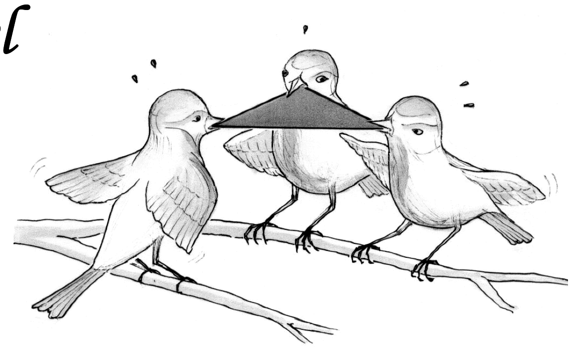
Aufgabe 6
5 Punkte

Pentamagisch

Schreibt die natürlichen Zahlen von 1 bis 10 so in die Kreise des Fünfecks, dass die Summen der Zahlen auf jeder Seite des Fünfecks immer die gleichen sind.

Aufgabe 7
7 Punkte

2 Ziffern, 3 Winkel



„Schaut mal dieses gleichschenklige Dreieck an: Alle Maßzahlen seiner Winkel in Grad sind natürliche Zahlen. Außerdem brauche ich nur zwei Ziffern um alle Winkelgrößen aufzuschreiben."

Gebt die Winkel aller gleichschenkligen Dreiecke mit dieser Eigenschaft an.

Aufgabe 8
5 Punkte

Angetreten!

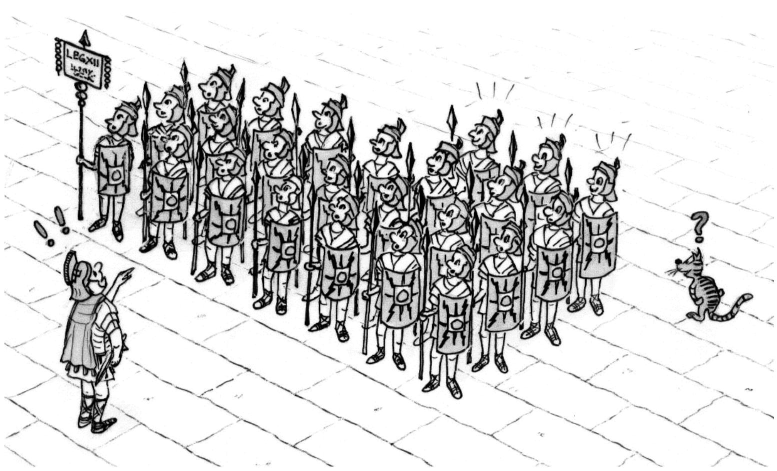
„Antreten in Viererreihen!" befiehlt der Centurio seinen Männern. Die Legionäre gehorchen, aber die letzte Reihe ist unvollständig: Sie besteht nur aus drei Soldaten.

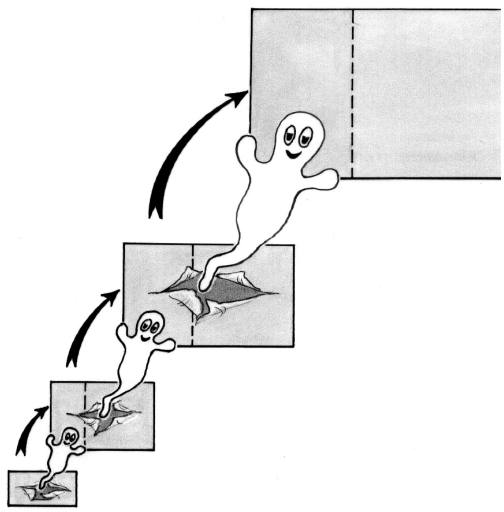
„Antreten in Fünferreihen!" brüllt der Centurio. Aber wieder stehen in der letzten Reihe nur drei Legionäre.

„Na dann eben antreten in Siebenerreihen!" Doch erneut bleibt die letzte Reihe unvollständig. Wieder stehen in ihr nur drei Soldaten.

Wie viele Legionäre befehligt der Centurio, wenn man davon ausgeht, dass es weniger als 200 sind?

Schlagt dem Centurio eine Rechtecksformation für die Aufstellung seiner Männer vor, bei der keine Reihe unvollständig bleibt.





Aufgabe 9
7 Punkte

Täglich größer

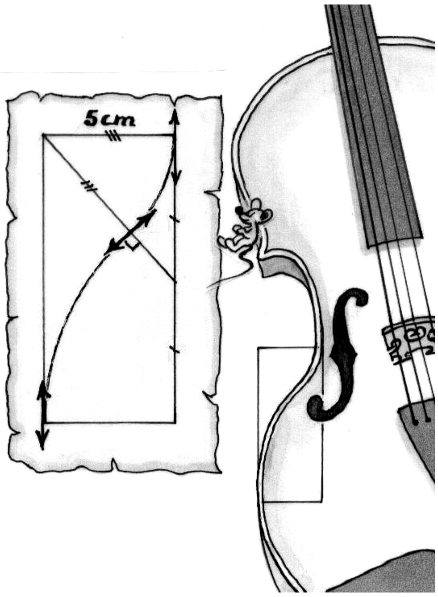
Dies ist die Geschichte eines kleinen Rechtecks mit den Seitenlängen 2 mm und 3 mm. Jeden Tag wird es um ein Stück größer: Seine alte Länge wird zu seiner neuen Breite, seine neue Länge ist die Summe aus alter Länge und alter Breite.

Am Ende von wie vielen Tagen ist sein Flächeninhalt größer als 1,5 m²? Begründet eure Antwort.

Mathématiques SANS Frontières

Aufgabe 10
10 Punkte

Es scheint so einfach



Mein Großvater war Geigenbauer. Beim Stöbern in seinen Aufzeichnungen stieß ich auf einen alte vergilbte Skizze, an der bereits die Mäuse genagt hatten. Soweit ich erkennen kann, handelt es sich um eine Kurve aus zwei Kreisbögen, die in einem Rechteck verläuft. Die Pfeile sind tangential zu den Kreisbögen.

Konstruiert das Rechteck unter Berücksichtigung dieser Information und der Markierungen in der Skizze. Zeichnet die Kurve. Begründet die Konstruktion.

Klasse 10

Aufgabe 11
5 Punkte

Leas Nummer

Am Ende der Unterrichtseinheit zur Wahrscheinlichkeit ordnet der Lehrer jedem seiner 27 Schülerinnen und Schüler eine unterschiedliche Nummer von 1 bis 27 zu.

„Ich werde jetzt eure Hefte einsammeln – alle oder nur einen Teil, das weiß ich noch nicht. Ich werde mich auf den Zufall verlassen und vertraue die Auswahl meinem Würfel an, den ich jetzt werfe. Ich sammle die Hefte der Schülerinnen und Schüler ein, deren Nummer gleich der geworfenen Augenzahl oder ein Vielfaches davon ist.“

Nach kurzer Rechnung ist Lea klar, dass ihre Chancen 2 zu 3 stehen, dass ihr Heft eingesammelt wird.

Wie könnte die Nummer lauten, die Lea zugwiesen wurde? Gebt alle Möglichkeiten an.

Aufgabe 12
7 Punkte

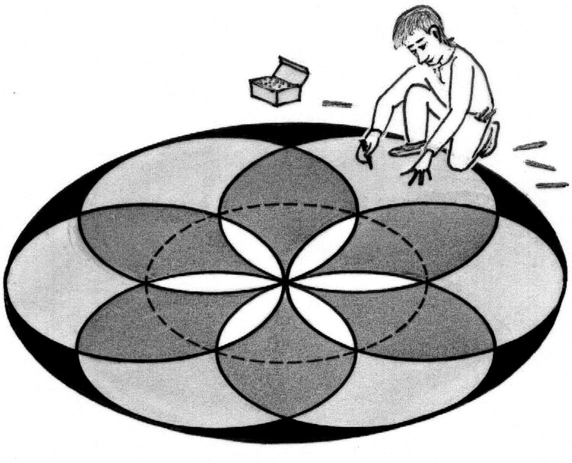
Multimedia

Während einer langen Bahnfahrt vertreiben sich Harold und Maud die Zeit mit ihren MP3-Playern. Während Harold lieber Musik hört, spielt Maud begeistert Videospiele.

Die Akkus beider Geräte sind identisch und anfangs voll geladen. Zum Hören von Musik reicht die Ladung für 12 Stunden, für Videospiele nur vier Stunden.

Harold schlägt vor, die Akkus nach einer gewissen Zeit zu tauschen, damit jeder sein Gerät gleich lang benutzen könne.

Um wie viel Uhr müssen die Akkus getauscht werden, wenn beide Geräte um 9 Uhr eingeschaltet wurden? Begründet.



Aufgabe 13
10 Punkte

Mandala

Etienne hat ein Mandala gezeichnet. Es besteht aus sechs Kreisen, deren Mittelpunkte Ecken eines regelmäßigen Sechsecks sind. Ein siebter Kreis berührt alle sechs Kreise von aussen. Etienne hat sein Mandala mit vier Farben ausgemalt, so wie es in der Abbildung zu sehen ist.

Zeichnet das Mandala und malt es entsprechend der Abbildung mit vier Farben aus.

Vergleicht die Flächeninhalte der vier gefärbten Bereiche und begründet diesen Vergleich.