

Mathematik Ohne Grenzen

Probewettbewerb Dezember 2013



- Für jede Aufgabe, auch für nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden begutachtet.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mit bewertet.

Mathématiques
SANS
Frontières

Aufgabe 1 7 Punkte

Les frères Dalton

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Les frères Dalton sont quatre redoutables bandits du Far-West. Trois d'entre eux, Bill, Grat et Emmett sont faits prisonniers. Chacun est enfermé séparément dans l'une des 12 cellules de la prison représentée ci-dessous. Chaque cellule n'a qu'une seule fenêtre. Pour libérer ses frères, le quatrième Dalton, Bob, dispose des indications suivantes :

- La fenêtre de la cellule de Bill est orientée au sud.
- Bill se trouve à l'étage au-dessus de celui de Grat.
- La fenêtre de la cellule de Grat est orientée à l'est.
- Emmett, enfermé au 2^e étage, se trouve dans une cellule plus à l'ouest que celle de Grat.
- Il existe une cellule juste en dessous de celle de Bill.

Sur le dessin, on voit le gardien de la prison. On note sa position par (2 ; A ; II).

Aider Bob à libérer ses frères en indiquant la position de chacun d'eux. Justifier.

Los hermanos Dalton son cuatro temibles bandidos del Oeste. Tres de ellos, Bill, Grat y Emmett fueron hechos prisioneros. Cada uno está encerrado por separado en una de las 12 celdas de la cárcel representada aquí. Cada celda tiene sólo una ventana. Para liberar a sus hermanos, el cuarto hermano Dalton, Bob, dispone de las siguientes indicaciones:

- La ventana de la celda de Bill está orientada hacia el sur.
- Bill está en el piso de encima del de Grat.
- La ventana de la celda de Grat está orientada al este.
- Emmett, encerrado en el segundo piso, se encuentra en una celda más al oeste que la celda de Grat.
- Hay una celda justo debajo de la celda de Bill.

En el dibujo, vemos al guardia de la prisión. Su posición se denota por (2, A, II).

Ayuda a Bob a liberar a sus hermanos indicando la posición de cada uno de ellos. Justifica la respuesta.

The Dalton Brothers are four ruthless outlaws from the Wild West.

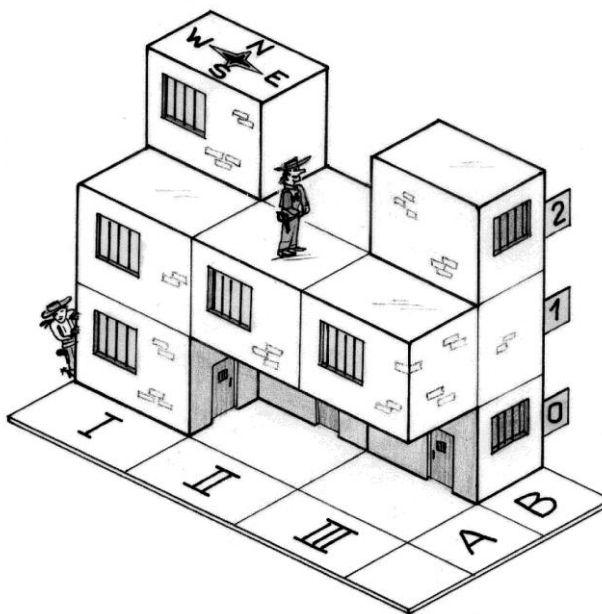
Three of the four, Bill, Grat and Emmett, have been imprisoned. Each one is locked up on his own in one of the 12 cells of the prison shown here. Each cell has only one window.

In order to set his brothers free the fourth brother, Bob, uses this information:

- The window of Bill's cell faces south.
- Bill is on the floor above Grat.
- The window of Grat's cell faces east.
- Emmett is on the 2nd floor in a cell which lies more to the west than Grat's cell.
- There is just one cell beneath Bill's.

On the diagram you can see the prison warden. His position is (2, A, II).

Help Bob set his brothers free by finding the position of each brother. Justify your answer.



I fratelli Dalton sono quattro terribili banditi del Far West.

Tre di essi, Bill, Grat et Emmett sono imprigionati. Ognuno è rinchiuso da solo in una delle 12 celle della prigione rappresentata nel disegno. Ogni cella ha una sola finestra.

Bob, il quarto Dalton, per liberare i suoi fratelli ha a disposizione le seguenti informazioni:

- La finestra della cella di Bill è esposta a sud.
- Bill si trova al piano disopra a Grat.
- La finestra della cella di Grat è esposta a est.
- Emmett, rinchiuso al secondo piano, si trova in una cella più a ponente di quella di Grat.
- C'è una cella proprio sottostante quella di Bill.

Nel disegno, si vede la guardia della prigione. La sua posizione è indicata come (2; A; II).

Aiutate Bob a liberare i suoi fratelli indicando la posizione di ognuno. Giustificate la risposta.

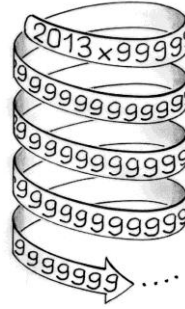
Aufgabe 2
5 Punkte

Ach du grüne Neune!

2013 • 999.....999

Zahl bestehend aus 2013 Neunen

Berechnet die Quersumme des Produkts. Begründet eure Antwort.



Aufgabe 3
7 Punkte

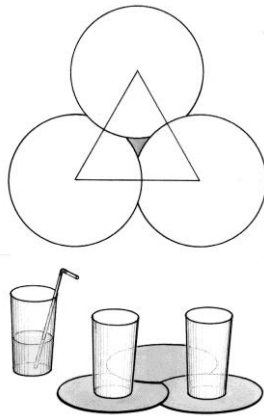
Bierdeckel-Geometrie

Auf dem Tisch eines Restaurants liegen drei kreisförmige Bierdeckel mit einem Durchmesser von jeweils 10 cm.

Ich lege sie so hin, dass ihre Mittelpunkte die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks bilden.

Nun schiebe ich die Deckel so übereinander, dass die graue Fläche der nebenstehenden Abbildung verschwindet, aber die drei Bierdeckelmittelpunkte immer noch die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks bilden.

Berechnet für dieses gleichseitige Dreieck den exakten Wert der Seitenlänge.



Aufgabe 4
5 Punkte

Europa rückt zusammen



Jakob hat auf seinem Smartphone eine App, mit der er sich Satellitenbilder in unterschiedlichen Maßstäben anzeigen lassen kann. Gerade sieht er sich einen Ausschnitt seines Wohnviertels an: links unten ist sein Haus zu sehen und rechts oben die Schule seines Dorfes. Die beiden Gebäude sind 150 m Luftlinie voneinander entfernt. Jakob verkleinert das Bild, indem er Daumen und Zeigefinger über die Displaydiagonale zieht. Nun kann Jakob auf dem Display sein ganzes Dorf sehen.

Die Diagonale des Displays entspricht jetzt einer tatsächlichen Entfernung von 600 m. Jakob wiederholt diese Bewegung, bis er einen großen Teil Europas sieht, so wie es auch auf der nebenstehenden Abbildung dargestellt ist. Man erkennt auf der Diagonalen die Städte Berlin und Madrid, deren tatsächliche Entfernung 1860 km Luftlinie beträgt.

Wie oft musste Jakob diese Bewegung ausführen, um vom Ausschnitt seines Wohnviertels (vgl. oben) zu diesem letzten Bild zu kommen?

Begründet eure Antwort.

Aufgabe 6
5 Punkte

Richtig adressiert

Die Häuser der Straßenseite, auf der ich wohne, sind mit 1, 3, 5, 7, ... durchnummeriert. Mein Haus besitzt die Nummer 37.

Würde man die Häuser vom anderen Ende der Straße ausgehend durchnummerieren, hätte mein Haus die Nummer 65.

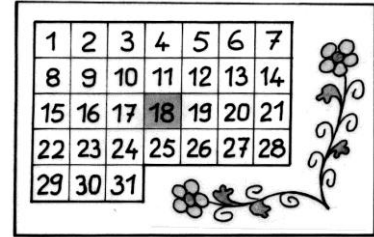
Wie viele Häuser mit ungerader Hausnummer gibt es in meiner Straße? Begründet eure Antwort.



Aufgabe 5
7 Punkte

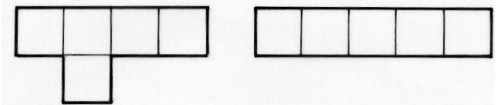
Geburtstagspuzzle

Charlotte hat am 18. Januar Geburtstag. Sie möchte eine Einladungskarte basteln, die sie mit sechs verschiedenen Pentominos so überdecken möchte, dass nur das Feld 18 frei bleibt.

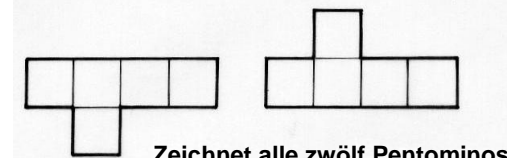


Ein Pentomino besteht aus fünf identischen Quadraten, wobei jedes Quadrat mindestens eine Seite mit einem der anderen Quadrate gemeinsam hat.

Es gibt zwölf verschiedenen Pentominos. Beispiele:



Pentominos, die durch Drehung oder Spiegelung ineinander übergeführt werden können, werden als identisch betrachtet:



Zeichnet alle zwölf Pentominos.

Helft Charlotte, ihre Einladungskarte zu entwerfen. Kennzeichnet bei eurer Lösung die verwendeten Pentominos durch unterschiedliche Farben.

**Aufgabe 7
7 Punkte**

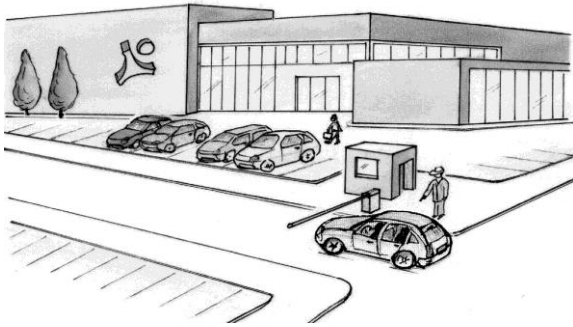
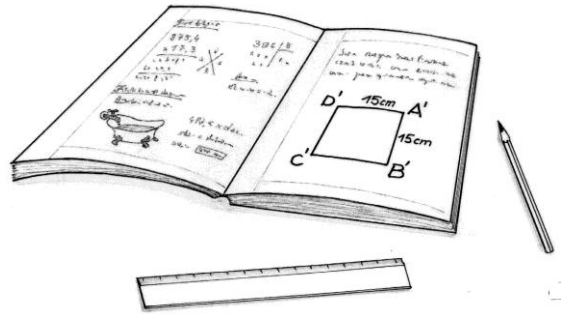
Verloren gegangen

In einem alten Schulheft wurde folgende Aufgabe gefunden:

- „Zeichne ein Quadrat ABCD.
- Konstruiere den Punkt A', indem du A an B spiegelst.
- Konstruiere den Punkt B', indem du B an C spiegelst.
- Konstruiere den Punkt C', indem du C an D spiegelst.
- Konstruiere den Punkt D', indem du D an A spiegelst.“

Leider ist in dem Heft nur das Quadrat A'B'C'D' zu sehen.

Zeichnet ein Quadrat A'B'C'D' mit der Seitenlänge 15 cm. Konstruiert dann das Ausgangsquadrat ABCD. Gebt eine Konstruktionsbeschreibung an und begründet diese.



**Aufgabe 8
5 Punkte**

Fahrgemeinschaft

Eines Morgens sieht der Pförtner eines Parkplatzes einer großen Firma genauso viele Autos mit drei Insassen einfahren wie Autos mit vier Insassen, und genauso viele Autos mit zwei Insassen wie Autos, in denen der Fahrer der einzige Insasse ist. In keinem einzigen Auto befinden sich mehr als vier Insassen.

Der Pförtner weiß, dass insgesamt 100 Mitarbeiter mit dem Auto gekommen sind.

Wie viele Autos sind an diesem Morgen auf den Parkplatz gefahren? Gebt alle Möglichkeiten an.

**Aufgabe 9
7 Punkte**

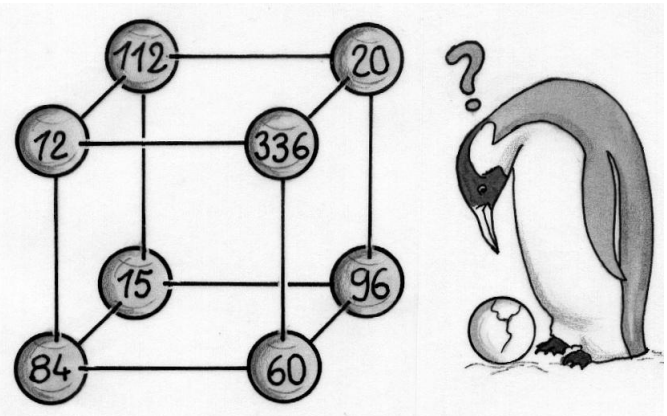
Zum Kugeln

In der nebenstehenden Abbildung sieht man einen Würfel, an dessen Ecken 8 Kugeln angebracht sind.

Im Inneren dieser Kugeln sind die natürlichen Zahlen von 1 bis 8 verborgen, in jeder Kugel eine Zahl.

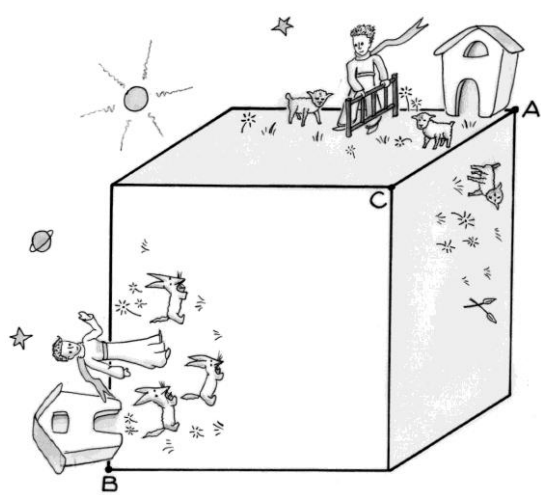
Die Zahl auf der Oberfläche jeder Kugel ist jeweils das Produkt der Zahlen aus dem Inneren der drei unmittelbar benachbarten Kugeln.

Zeichnet den Würfel und schreibt in jede Ecke die Zahl, die in der zugehörigen Kugel verborgen ist.



**Aufgabe 10
10 Punkte**

Einfriedung



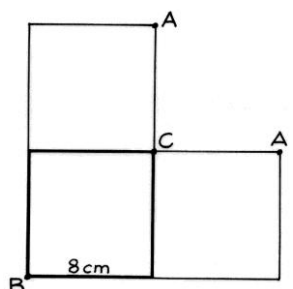
In einer entfernten Galaxie gibt es einen würfelförmigen Planeten, auf dem zwei Tierarten leben: Lämmer, die von dem kleinen Prinzen Arikara aufgezogen werden, dessen Behausung sich in A befindet, und wilde Füchse, behütet von der Prinzessin Bella, deren Behausung sich in B befindet.

Um seine Lämmer zu beschützen, möchte Arikara einen Grenzzaun errichten, der ganz um den Planeten herum verläuft und dessen Oberfläche in zwei Gebiete aufteilt. Diese Grenzlinie soll die folgende Eigenschaft haben: Wenn ein Lamm einen Fuchs an einem beliebigen Punkt dieser Linie trifft, müssen die beiden – wenn sie jeweils den kürzesten Weg nehmen – dieselbe Entfernung zurücklegen, um in ihren jeweiligen Stall zurückzukehren.

Zeichnet das abgebildete Teilnetz mit der Seitenlänge 8 cm und markiert darauf zwei Punkte der Grenzlinie. Begründet eure Wahl.

Konstruiert nun den exakten Grenzverlauf auf dem Netzquadrat mit den Eckpunkten B und C.

Zeichnet anschließend die Grenzlinie auf den drei sichtbaren Flächen des Schrägbildes ein.



Klassenstufe 10

Aufgabe 11 5 Punkte

Farbenspiel

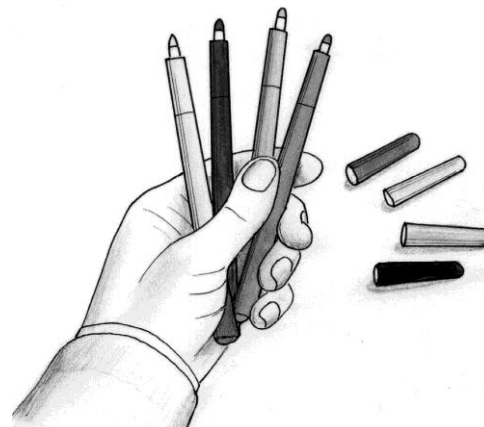
Elias hat vier verschiedenfarbige Filzstifte in der Hand. Er nimmt von allen vier den Deckel ab. Sie haben jeweils dieselbe Farbe wie der zugehörige Stift.

Ohne hinzusehen setzt Elias wahllos die Deckel auf die Filzstifte.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es Elias gelingt, jeden Deckel auf den gleichfarbigen Stift zu setzen?

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich kein Deckel auf einem gleichfarbigen Stift befindet?

Begründet jeweils eure Antwort.



Aufgabe 12 7 Punkte

Charlie forever



Im Zuge der Kino-Woche des Albert-Einstein-Gymnasiums haben alle Schüler drei Charlie-Chaplin-Filme gesehen: „Moderne Zeiten“, „Der große Diktator“ und „Lichter der Großstadt“.

Am Ende jeder Filmvorführung mussten alle Schüler die Frage „Hat dir der Film gefallen?“ mit „Ja“ oder mit „Nein“ beantworten.

71% hat der Film „Moderne Zeiten“ gefallen.

76% hat der Film „Der große Diktator“ gefallen

63% hat der Film „Lichter der Großstadt“ gefallen.

Welches ist der kleinstmögliche und welches der größtmögliche prozentuale Anteil an Schülern, denen alle drei Filme gefallen haben?

Erläutert eure Vorgehensweise.

Aufgabe 13 10 Punkte

Auf den Punkt kommen

Gesucht ist ein spezielles gleichschenkliges Dreieck: eine seiner Ecken ist der Mittelpunkt der Strecke, die den Fußpunkt einer Höhe und den Mittelpunkt einer Seite verbindet.

Zur Erinnerung: In einem Dreieck ABC ist z.B. der Fußpunkt der Höhe h_a der Schnittpunkt der Höhe durch A mit der Geraden BC .

Zeichnet ein gleichschenkliges Dreieck mit der genannten Eigenschaft. Beschreibt eure Konstruktion auch in Worten.

Berechnet auf mm genau die Seitenlängen eines solchen Dreiecks, wenn dessen Flächeninhalt 1 dm^2 beträgt.

